

С Е К Ц И Я I

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА МИКРОСТРУКТУР

ИДЕИ А.Я.ХИНЧИНА В ТЕОРИИ МАССОВЫХ ЯВЛЕНИЙ

А.М.Молчанов

(Институт биофизики, Пушкино)

Многие проблемы естествознания приводят к изучению систем, состоящих из большого числа однотипных объектов. Примеры пар "компонента-система", такие как молекула-газ, мономер-полимер, клетка-ткань, особь-популяция и, даже, звезда-галактика, показывают важность подобных систем.

Обычно считается, однако, что теоретический анализ возможен только при условии малости взаимодействия компонент, составляющих систему. Цель доклада - показать, что применение одной глубокой идеи А.Я.Хинчина позволяет существенно расширить класс систем, допускающих математическое исследование. Особенно интересно, что при некоторых условиях удается исследовать системы с сильным взаимодействием. Метод исследования допускает любопытную интерпретацию. Оказывается, что при большом числе компонент система ведет себя асимптотически одинаково с другой, значительно более простой системой, составленной из других, невзаимодействующих компонент. Популярный в физике метод самосогласованного поля является частным случаем этого, более общего подхода.

Основой метода является теорема А.Я.Хинчина о сумматорных функциях:

Пусть H ,
$$H = h(x_1) + \dots + h(x_n)$$

есть заданная положительная сумматорная функция. Тогда любая другая сумматорная функция \mathcal{A} ,

$$\mathcal{A} = a(x_1) + \dots + a(x_n)$$

асимптотически ($n \gg 1$) есть функция только одной переменной N . Точнее, \mathcal{A} представима в виде:

$$\mathcal{A} = A(N) + \mathcal{F}(x_1, \dots, x_n)$$

где главный член A имеет порядок n , а поправка \mathcal{F} имеет (в смысле средне-квадратичном) порядок корня из n , т.е. $\mathcal{F} \sim \sqrt{n}$.

Эта теорема содержит, в частности, закон больших чисел (в теории вероятности) и допускает обобщения, позволяющие применять ее к более сложным задачам.